

## LA DEMONSTRATION

### ■ Définir, Problématiser

On peut définir la démonstration comme le contraire de l'interprétation. Les mathématiques sont par exemple présentées comme modèle en ce qui concerne la démonstration. Mais **a partir de son modèle mathématique, la démonstration peut-elle établir la vérité de ce qui est donné ou seulement les constructions formelles de l'esprit ?**

La démonstration est l'opération par laquelle une proposition est établie à partir d'une autre. On peut passer d'une idée à une autre par la déduction ou par l'induction. Mais le problème est le caractère infini de la démonstration : il faut trouver quelque chose d'indémontrable qui sera la base. **Est-ce du mouvement déductif qu'une démonstration tire sa valeur, ou d'un au-delà de la déduction ?**

La logique est en fait la validité des inductions et déductions entre les idées. Mais la logique vise non seulement la structure de la pensée, mais au-delà, celle du réel lui-même. **La logique s'entend-elle de l'être ou du connaître ?**

### ■ Développer :

#### *I. Le socle de la démonstration : la logique*

##### **a) Le modèle syllogistique de la démonstration**

C'est l'idée de nécessité qui conduit Aristote à l'organisation logique. La logique a pour raison d'être la nécessité dans les procédés de la pensée : cette nécessité est non seulement la rigueur de la transmission mais aussi de trouver le premier maillon de la chaîne.

Le principe fondateur de la logique est la contradiction : Il est impossible que le même attribut appartienne et n'appartienne pas en même temps, au même sujet et sous le même rapport.

Ainsi la logique est-elle la science des règles de l'entendement général. Une connaissance peut fort bien être complètement conforme à la forme logique, c'est-à-dire ne pas se contredire elle-même, et cependant être en contradiction avec l'objet.

La non-contradiction est la propriété fondamentale du système déductif logique, car elle donne le critère de la démonstration.

La théorie du syllogisme met en valeur la démonstration : Tout x est y, or z est x, donc z est y. Mais il a difficulté à distinguer les vrais des faux syllogismes (sophisme).

##### **b) La démonstration et l'indémontrable :**

La démonstration entraîne une régression vers l'infini. Donc, la démonstration en appelle donc nécessairement à un au-delà d'elle-même, c'est-à-dire à de l'indémontrable.

Les axiomes sont censés être des propositions indémontrables mais qu'on suppose tirées de l'expérience et qu'on demande d'admettre. Il faut considérer les hypothèses comme sûres afin qu'elles deviennent des bases pour s'élever vers des « non hypothèses ». La démonstration ne suffit pas toujours, même aux mathématiques.

##### **c) Le nécessaire recours à l'intuition**

Le logicisme est la volonté de tout transformer en éléments logiques. *Voir livre*

La géométrie est la faculté de raisonner juste sur des figures fausses. En effet, dans les mathématiques, la justesse du raisonnement ne dépend pas des exemples. Mais il y a ambiguïté : sans la figure nous ne pouvons pas comprendre, mais elle ne prend pas part à la démonstration. On ne peut pas nier que dans les mathématiques, l'intuition existe.

#### *II. Les méthodes de démonstrations :*

**a) Intuition ou forme ?**

Quel rôle l'intuition y joue-t-elle ? Descartes assigne des règles à la démonstrations, basées sur le modèle déductif. Mais malgré tout, pour lui, les premières causes restent du domaine de l'intuition. Pour Descartes, la certitude a pour base l'intuition, et la déduction n'est que la continuité de l'induction, contrairement à LEIBNIZ. L'institutionnisme cartésien confine la logique à un rôle de continuité de l'évidence, alors que le formalisme leibnizien la met au premier rang d'un édifice axiomatique.

Mais il existe aussi la synthèse que les logiciens présentent plus comme une méthode d'exposition. Mais Galilée a montré que l'induction peut être aussi outil de recherche.

**b) Dédire ou induire ? Preuve et expérience**

Mais la démonstration établit la vérité à partir de preuves, mais ces preuves ne sont parfois pas purement logiques, elles sont parfois pratiques, même si dans chaque pratique, il y a du théorique.

Par le modèle inductif, on tire une cause des effets, comme FREUD a fait. Mais ce n'est pas le donné phénoménal qui confirme la théorie, mais bien plutôt un phénomène que l'on construit. Les phénomènes dans lesquels la science recherche confirmations de la vérités de ses hypothèses sont construits par elle à cette fin (CNTP par exemple).

**c) Le cas du *modus tollens***

Il y a deux théories : l'empirisme et le rationalisme. Si l'on veut obtenir un précipité bleu, et que l'on obtient un blanc, alors l'empiriste va remettre en cause le cours, le rationaliste va refaire l'expérience. Pour le rationalisme, une étude expérimentale a le pouvoir de confirmer une théorie mais pas de la réfuter. Pour l'empirisme, au contraire, l'expérience a le pouvoir de réfuter la théorie.

**III. Les mathématiques, modèle démonstratif du savoir ?**

**a) Outil de connaissance ou structure de l'être ?**

Le rationalisme montre que l'application n'est qu'un outil à la théorie. On peut ériger les mathématiques comme modèles du savoir, comme modèle de démonstration, d'intelligibilité. Mais alors, les mathématiques pourraient se muer en modèle même du savoir ? Cela amène aux autres sciences de devenir des subordinations des mathématiques.

**b) Les incertitudes mathématiques**

Mais à force de logique, ne pourrait-on pas croire que toutes les vérités mathématiques sont interdépendantes ? Pire encore : si le seul critère de vérité réside dans la non-contradiction interne du système alors la valeur des démonstrations qui en sont issues se trouverait grandement fragilisée. De plus, Gödel a montré qu'il n'était pas possible de ne pas avoir de contradictions dans les mathématiques. Ces incertitudes poseraient problèmes. On le voit déjà avec Heisenberg qui a montré que l'on ne pouvait pas connaître et la position, et la vitesse d'une particule microscopique.

**c) Toute démonstration n'est-elle que raisonneuse ?**

Donc, des lois différentes, du moment qu'elles ne sont pas contradictoires, peuvent être appliquées pour un même objet, ce qui montre le décalage avec le réel. En rester à une logique de la non-contradiction et du tiers exclu, c'est ce condamner à l'arbitraire des commencements et à l'équivocité formelle des résultats. Dans la connaissance mathématique, la réflexion est une opération extérieure à la chose, de ce fait, il en résulte que la vraie chose est altérée.